Brückenschaltungen

Jonas Schlegel, Daniel Landes

August 2019

Gliederung

- 1. Einleitung
- 2. Ohmischer Widerstand Potentiometer
- 3. Ohmischer Widerstand Spule
- 4. Widerstand Glühlampe
- 5. Diagramme Glühlampe
- 6. Induktivität Spulen
- 7. Kapazitätsmessung
- 8. Messung der unbekannten Kapazität

1 Eintleitung

Dieses Experiment handelt von der Messung unbekannter Wiederstände mit Hilfe von Brückenschaltungen. Hierbei unterteilt man in Schaltungen mit Gleich - und Wechselspannung, die zur Bestimmung von ohmischen und komplexen Widerständen beitragen.

Gewöhnlich werden Widerstände durch Messgeräte bestimmt, indem ein Amperemeter in den Stromkreis eingesetz wird und das Voltmeter parallel zum zu messenden Widerstand eingesetzt wird. Da nun in diesem Fall auch Strom durch das Voltmeter fließt, misst das Amperemeter einen "gefälschten Strom". Um diese Messungenauigkeiten zu vermeiden, greifen wir in diesem Experiment auf ein anderes Messverfahren zurück.
Diese Brückenschaltungen bestehen normalerweise aus vier Wiederständen (komplex- oder reelwertig) und einem Amperemeter. Hierbei sind immer zwei Widerstände in Reihe geschaltet und bilden mit den beiden anderen wieder eine Parallelschaltung. Diese Parallelschaltung ist mit einem Potential verbunden. Die mittleren Punkte zwischen den jeweiligen Serienschaltungen sind wiederum mit einem Amperemeter verbunden. Nun muss das Verhältnis der beiden Widerstände in einem Zweig so angepasst werdem, dass das Amperemeter keinen Stromfluss mehr anzeigt. Dies kann mit einem sogenannten Wendelpotentiometer erreicht werden. Nach Gleichung (12) aus dem Skript verschwindet die linke Seite der Gleichung, wenn das Amperemeter keinen Auschlag anzeigt. Das Impliziert, dass der Zähler auf der rechten Seite ($R_1R_4 - R_2R_3$) ebenfalls 0 ergeben muss. Daraus resultiert Gleichung (13) im Skript. R_3/R_4 wird hier mit Hilfe des Potentiometers substituiert. Diese Abgleichbedingung gilt insbesondere für Brückenschaltungen mit Wechselspannung.

2 Ohmischer Wiederstand des Potentiometers

Mit hilfe der Wheatstonschen Brücke und drei unterschiedlichen Vergleichswiederständen $R_2 = 10\Omega$,30Ω und 100Ω berechnen wir den nicht bekanten Wiederstand. Dazu benutzen wir folgende Gleichung:

$$R_1/R_2 = R_3/R_4 = A/(10 - A) \tag{1}$$

Die Spannung bei diesem Versuch betrug U=1,0V. In diesem Spannungsbereich vernachlässigen wir die Ungenauigkeiten. Laut Hertseller hatten die jeweiligen Widerstände eine Toleranzt von einem Prozent. Die Messgenauigkeit des Potentiometers wird auf $pm3$ Skalenteile geschätzt. Daraus erhält man folgende Werte für die Widerstände:

R_2 in Ohm	A	R_1 in Ohm
10±0,1	9,120±0,04	103,64±6,50
30±0,3	7,69±0,04	99,87±3,31
100±1,0	5,11±0,04	104,5±2,75

Table 1: Messergebnisse Potentiometer

Formel für das arithmetische Mittel einer Stichprobe:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Formel für die Standardabweichung:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

Aus der 1. Formel für das arithemische Mittel ergibt sich für diesen Versuch, dass $\bar{x} = 102,67$. Mit der 2. Formel für die Standardabweichung werden nun die drei Differenzenzen quadratisch aufsummiert, halbiert und die Wurzel gezogen: $s = 2,46$. Dadaurch, dass wir hier nur drei Messungen durchgeführt haben, benutzen wir die Student-t-Verteilung, mit $t = 1,32$. $R = 102,67 \pm 1,87\Omega$. Dieses Ergebnis liegt nur leicht über den Angaben des Herstellers.

3 Ohmischer Wiederstand der Spulen

Um den Widerstand von zwei verschiedenen Spulen zu bestimmen, verwenden wir wieder die Wheatstone-Brücke. Zusätzlivh bestimmen wir den Widerstand der großen Spule mit halber Windungszahl (von A-M). Der bei der Messung verwendete Vergleichswiderstand betrug 10Ω. Die Spannung ist immer noch konstant auf 1 Volt. Da es sich in diesem Versuch um eine Gleichspannungsquelle handelt, betrachtet man die Spule als einen verlängerten, gewickelten Leiter, der somit gemäß $R = p_s * (L/A)$ nur einen reellen ohmischen Widerstand besitzt.

	A	R_{spule} in Ohm
L_x (kleine Spule)	5,15	10,64±0,19
Große Spule		
A-E	0,76	0,82±0,05
A-M	0,31	0,32±0,02
M-E	0,40	0,42±0,05

Table 2: Messergebnisse Spulen in Gleichstrom

Bei der Fehlerrechnung wurde hierbei aus dem Skript Formel (35) verwendet, welche die systematische Fehlerfortpflanzung bei potentiell statistisch gekoppelten Vorgängen beschreibt. In unserem Fall:

$$\Delta R_{Spule} = (\delta R_{Spule}/\delta R_2) * \Delta R_2 + (\delta R_{Spule}/\delta A) * \Delta A \tag{2}$$

Der Widerstand des halben Abgriffes der Spule hat wie erwartet auch nur den halben ohmischen Widerstand wie die gesamte Spule.

4 Wiederstand Glühlampe

Um den Widerstand der Glühlampe genau zu bestimmen, benutzen wir erneut die Brückenschaltung mit verschiedenen Vergleichswiderständen $R_2 = 10\Omega$,30Ω,100Ω und 200Ω. Die Gleichspannung beträgt hierbei wieder $1,00$ Volt.

R_2 in Ohm	A	R_{Birne} in Ohm
10	8,57	59,93±0,88
30	5,73	40,26±0,68
100	2,04	25,63±0,76
200	1,09	24,47±1,14

Table 3: Ohm'scher Wiederstand birne

Die Fehlerrechnung ist genau wie im 2. Experiment:

$$\Delta R_{Birne} = (\delta R_{Birne}/\delta R_2) * \Delta R_2 + (\delta R_{Birne}/\delta A) * \Delta A \tag{3}$$

Nach der Kirchhoff ‘schen Machenregel und dem Ohm ‘schen Gesetz gilt:

$$I = U/(R_{Birne} + R_2) \tag{4}$$

Die Unsicherheit der Stromstärke in der Glühlampe hängt somit von drei zueinander unabhängigen Messgrößen ab, wobei die Unsicherheit der Spannung mit $\Delta U = 0,01V$ angenommen wurde. Daraus ergibt sich für:

$$\Delta I = (\delta I/\delta R_{Birne}) * \Delta R_{Birne} + (\delta I/\delta R_2) * \Delta R_2 + (\delta I/\delta U) * \Delta U \tag{5}$$

R_2in Ohm	I in mA
10	14,30±0,50
30	14,23±0,52
100	7,96±0,40
200	4,45±0,29

Table 4: Stomfluss durch Birne

Für die elektrische Leistung der Glühbirne:

$$P = R_{Birne} * I^2 \tag{6}$$

Die Unsicherheit der Leistung kann erneut mit linearer Addition bestimmt werden:

$$\Delta P = (\delta P/\delta I) * \Delta I + (\delta P/\delta R_{Birne}) * \Delta R_{Birne} \tag{7}$$

R_2 in Ohm	P in mW
10	12,26±0,61
30	8,19±0,44
100	1,62±0,64
200	0,48±0,50

Table 5: Leistung Glühbirne

Aus Tabelle 3 lässt sich schließen, dass die Glühlampe kein direkter ohmischer Leiter (Widerstand) ist, da die Werte für die Innenwiderstände große Abweichungen aufweisen. Des Weiteren kann man aus Tabelle 5 ablesen, dass die Leistung der Glühbirne bei hohen Vergleichswiderständen von $R = 100\Omega$ und $R = 200\Omega$ stark sinkt. Daraus lässt sich schließen, dass die Erwärmung der Glühbirne durch den erhöhten elektrischen Stromfluss einen Anstieg des Innenwiderstandes induziert.

5 Eigenschaften Glühbirne

In diesem Versuch haben wir Messungen für Widerstände, Leistung und Strom der Glühbirne unter jeweils $U = 2, 3, 4, 5, 6V$ und $R_2 = 10, 30, 200\Omega$ durchgeführt. Leistung und Stromstärke errechnen sich erneut wie in Kapitel 4.

R_2	U in V	A	R_{birne} in Ohm	I in mA	P in mW
10	2	61,43	8,61	27,81	47,87
10	3	74,73	8,82	35,41	93,67
10	4	81,74	8,91	43,62	155,39
10	5	87,09	8,97	51,50	309,51
10	6	9,05	95,26	57,00	309,51
30	2,00	6,89	69,34	20,13	28,11
30	3,00	7,17	76,01	28,30	60,87
30	4,00	7,49	89,52	33,47	10,27
30	5,00	7,69	99,87	38,50	184,03
30	6,00	7,95	116,34	41,00	195,57
200	2,00	1,03	22,97	8,97	1,85
200	3,00	1,45	33,92	12,83	5,58
200	4,00	1,83	44,80	16,34	11,96
200	5,00	2,13	54,13	19,68	20,95
200	6,00	2,49	66,31	22,53	33,66

Table 6: Kennwerte Glühbirne

6 Induktivität der Spulen

Unser Experiment bezieht sich nun nicht mehr auf eine Brückenschaltung mit Gleichspannung, sondern auf die in Abbildung 5 (Skript) gezeigte Schaltung mit einer Wechselspannungsquelle. Diese besteht nach wie vor aus vier Wiederstandseinheiten, zwei von diesen werden durch ein Zehnerpotentiometer ersetzt. Die beiden anderen können jetzt allerdings komplexwertig sein. Die Eingangsfrequenz solle $1kH$ betragen und wird von einem Oszilloskop erzeugt. Dieses misst gleichzeitig die Wechselspannung auf der Brückenverbindung. Die Phasendifferenz der beiden Wechselspannungen wird durch eine sogenannte Lissajous-Figur sichtbar gemacht und kann durch Variation des Potentiometers, sowie eines veränderbaren Vergleichswiderstandes beeinflusst werden. Mit der Formel für die Impedanz einer Spule $Z_{L_k} = i\omega L$ $(k = x, 2, 3)$, ergibt sich für die Verhältnisse der (komplexen) Widerstände:

$$Z_1/Z_2 = (L_1(R_1/iwL_1{+}1))/(L_2(R_2/iwL_2{+}1)) = L_1(cot\alpha_1{+}1)/L_2(cot\alpha_2{+}1) = A/(10{-}A) \quad (8)$$

Dies können wir vereinfachen wenn

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

(Wenn die Figur möglichst flach und geradlinig wird)

$$L_x/L_2 = A/(10 - A) \quad (9)$$

Mit bekanntem Werten $A = 5,57$ und $L_2 = (2,70 \pm 0,1)$mH erhalten wir für

$$L_x = (3,64 \pm 0,17)mH \quad (10)$$

Unter Verwendung von ΔL_x=(δ L_x/δ L_2)*Δ L_2 + (δ L_x/δ A)*Δ A.

Wir führen nun eine Messung nach ähnlchem Muster durch. Nun dient unsere L_x als Vergleichsspule und unsere L_3 mit halber Windungszahl wird vermessen. Mit der Unsicherheit

$$\Delta L_3 = (\delta L_3/\delta L_2) * \Delta L_2 + (\delta L_x/\delta A) * \Delta A \quad (11)$$

und Gleichung (8) folgt fur L_3: (A=1,92)

$$L_3 = (0,89 \pm 0,17)mH \quad (12)$$

Laut Formel der Induktivität einer Spule $L = \frac{N^2}{l*A*\mu_0}$ sollte sich der Wert für die Spule mit halber Windungszahl im Vergleich zur großen vierteln. Unter Berücksichtigung der Randeffekte und Messungenauigkeiten, stimmt die mathematische Prognose grob mit den Messergebnissen überein.